JFA - 21

# Opérations de base

- On va devoir aussi effectuer des opérations élémentaires dans les différentes bases que l'on va utiliser.
- Pour cela vous devez au moins maitriser :
  - **L'addition**
  - **La soustraction.**
  - **La multiplication (étant réalisée avec des additions),**
  - **La division (étant réalisée avec des soustractions).**

JFA - 22

# L'addition

- Elle s'effectue comme en décimal :
  - Quand on additionne deux nombres, on obtient une retenue quand la somme d'une colonne est supérieure ou égale à B.

***En base 2 :***

1 + 1 = 10

```
 11111
  111010
+ 100110
 -------
 1100000
```

```
10111011
  10101010
+ 11011011
+ 11101110
----------
1001110011
```

***En base 16 :***

F + 1 = 10

```
 1 1
   3DE
+  4AC
------
   88A
```

```
 1 21   1
   FE10A
+  9FA10
+  1FCDF
--------
  1BD7F9
```

JFA - 23

# La soustraction

- Elle s'effectue comme en décimal :
  - Quand on soustrait deux nombres, on ajoute une retenue en haut quand la soustraction sur une colonne est impossible. Et on soustrait 1 en bas sur la colonne suivante :

***En base 2 :***

10 - 1 = 1

```
    1 1 1
    1100
   111
 - 0101
 ------
   0111
```

```
    11    1
   11110111
 - 00110101
    11   1
 - 00110001
 ----------
   10010001
```

***En base 16 :***

10 - 1 = F

```
    1
   87
  1
 - 3A
 ----
   4D
```

```
   1 1 1
   AE7F
 - 1F4C
   1 11
 - 3D64
 ------
   51CF
```

JFA - 24

# La multiplication

- Elle s'effectue comme en décimal :
  - Quand on multiplie deux nombres, on effectue la somme du premier nombre multiplié par chacun des chiffres du deuxième nombre décalé vers la gauche de 1 à chaque fois. Il faut avoir la table de multiplication ! Et on additionne les lignes obtenues :

***En base 2 :***

**Exemple 1 :**

```
       1011
    *  1101
    -------
       1011
     1011..
    1011...
   10001111
```

**Exemple 2 :**

```
        1001,011
     * 10100,11
     ----------
        10 01011
       100 1011.
    100101 1....
   1001011. .....
   11000010,10001
```

***En base 16 :***

**Exemple 3 :**

```
     2A
   * 1F
   ----
    276
    2A.
    516
```

**Exemple 4 :**

```
       FAB1
     * BC2F
     ------
      EB05F
     1F562.
    BC04C..
   AC59B...
   B848027F
```

JFA - 25

# Table de multiplication en base 16

| U\D | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **A** | **B** | **C** | **D** | **E** | **F** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| **2** | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | A | C | E | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 1A | 1C | 1E |
| **3** | 0 | 3 | 6 | 9 | C | F | 12 | 15 | 18 | 1B | 1E | 21 | 24 | 27 | 2A | 2D |
| **4** | 0 | 4 | 8 | C | 10 | 14 | 18 | 1C | 20 | 24 | 28 | 2C | 30 | 34 | 38 | 3C |
| **5** | 0 | 5 | A | F | 14 | 19 | 1E | 23 | 28 | 2D | 32 | 37 | 3C | 41 | 46 | 4B |
| **6** | 0 | 6 | C | 12 | 18 | 1E | 24 | 2A | 30 | 36 | 3C | 42 | 48 | 4E | 54 | 5A |
| **7** | 0 | 7 | E | 15 | 1C | 23 | 2A | 31 | 38 | 3F | 46 | 4D | 54 | 5B | 62 | 69 |
| **8** | 0 | 8 | 10 | 18 | 20 | 28 | 30 | 38 | 40 | 48 | 50 | 58 | 60 | 68 | 70 | 78 |
| **9** | 0 | 9 | 12 | 1B | 24 | 2D | 36 | 3F | 48 | 51 | 5A | 63 | 6C | 75 | 7E | 87 |
| **A** | 0 | A | 14 | 1E | 28 | 32 | 3C | 46 | 50 | 5A | 64 | 6E | 78 | 82 | 8C | 96 |
| **B** | 0 | B | 16 | 21 | 2C | 37 | 42 | 4D | 58 | 63 | 6E | 79 | 84 | 8F | 9A | A5 |
| **C** | 0 | C | 18 | 24 | 30 | 3C | 48 | 54 | 60 | 6C | 78 | 84 | 90 | 9C | A8 | B4 |
| **D** | 0 | D | 1A | 27 | 34 | 41 | 4E | 5B | 68 | 75 | 82 | 8F | 9C | A9 | B6 | C3 |
| **E** | 0 | E | 1C | 2A | 38 | 46 | 54 | 62 | 70 | 7E | 8C | 9A | A8 | B6 | C4 | D2 |
| **F** | 0 | F | 1E | 2D | 3C | 4B | 5A | 69 | 78 | 87 | 96 | A5 | B4 | C3 | D2 | E1 |

JFA - 26

# La division

- Elle s'effectue comme en décimal :
  - Quand on divise deux nombres, on effectue la soustraction du diviseur au premier nombre en partant de la gauche, autant de fois que possible, ce qui donne le dividende, et on recommence avec le reste jusqu'à 0.

***En base 2 :***

**Exemple 1 :**

```
 100011 | 111
– 111   |-----
 000111 | 101
   – 111|
       0|
```

**Exemple 2 :**

```
101100111 | 1100
– 1100    |-------
010100    | 11101
– 1100    |
 010001   |
 – 1100   |
  0010111 |
    – 1100|
     01011|
```

***En base 16 :***

JFA - 27

# Nombres Signés

- Comment représenter un nombre négatif ?
- Comment représenter un signe – avec des 0 et des 1 ?
  - Par convention:
    - Un signe + est représenté par un 0,
    - Un signe – est représenté par un 1.
  - On va donc utiliser 1 bit supplémentaire pour représenter le signe, et ce bit sera mis à gauche.

| Signe | | | | Module | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

100100010 sera un nombre négatif !
010001110 sera un nombre positif !

- Il en découle une contrainte, il faut fixer (connaître) le codage (nombre de bits) du nombre binaire sur lequel on travaille !

- Et de plus, il existe plusieurs représentations des nombres signés en binaire.

  - Le complément à 1,
  - Le complément à 2.

JFA - 28

# Complément à 1

- Pour effectuer le complément à 1 :
  - On fixe le nombre de chiffres du nombre à utiliser,
  - On effectue une fonction NON bit à bit :
    on inverse tous les chiffres : on remplace les 0 par des 1, et les 1 par des 0.

  Le complément du complément redonne la valeur d'origine.

***__Exemple : sur 8 bits :__***

$N_{10} = 14_{10}$ alors en base 2 $N_2 = 00001110$

$\overline{N_2} = 11110001$

$\overline{\overline{N_2}} = 00001110 = N_2$

JFA - 29

# Complément à 2

- Pour obtenir le complément à 2, il suffit d'ajouter 1 au complément à 1.

***Exemple : sur 8 bits :***

$M_{10} = +14_{10}$ alors en base 2 $M_2 = 00001110_2$

$N_{10} = -14_{10}$ alors

$\overline{N_2} = 11110001$

$\overline{N_2} + 1 = 11110010$

Donc $N_{10} = -14_{10}$ => $N_2 = 11110010$

- Le M.S.B. est toujours représentatif du signe.
- Si on travaille sur n+1 bits, alors on pourra représenter un nombre N tel que :

$$-2^n <= N <= 2^n - 1$$

- On peut donc utiliser cette méthode pour obtenir des nombres signés.
- *On ne convertit en complément à 2 que les nombres négatifs !*

JFA - 30

# Opérations avec le Complément à 2

- On peut donc effectuer les différentes opérations avec les nombres signés en complément à 2 :

***Exemple : sur 8 bits :***

$$\begin{array}{r} 01101100 \\ +\ 11010011 \\ \hline \cancel{1}00111111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 108 \\ +(-45) \\ \hline 63 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 01101100 \\ -\ 11110001 \\ \hline \cancel{1}01111011 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 108 \\ -(-15) \\ \hline 123 \end{array}$$

- Il faut enlever le bit de poids fort pour obtenir le résultat, si il dépasse le nombre de bits donné.
- Par contre :
  - Si l'on fait la somme de 2 nombres positifs, le résultat doit être positif.
  - Si l'on soustrait un nombre positif d'un nombre négatif, le résultat doit être négatif.
- Donc si le 8ème bit est à 1, on a un dépassement et le bit de gauche est une retenue, ce n'est pas le bit de signe.

$$\begin{array}{r} 01101100 \\ +\ 00101101 \\ \hline 10011001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 108 \\ +(45) \\ \hline 153 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10010100 \\ -\ 00101101 \\ \hline 01100111 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -108 \\ -(+45) \\ \hline -153 \end{array}$$